

EJERCICIOS RESUELTOS

1. ¿Qué es el punto muerto o umbral de rentabilidad? Calcúlalo para una empresa que fabrica un producto con unos costes fijos de 150.000 € y unos costes variables de 500 € por unidad y que vende dicho producto a 750 € unidad. ¿Qué resultado se obtendría si produjera y vendiera 300 unidades? Representa gráficamente ambas situaciones

SOLUCIÓN:

$$Cf = 150.000 \text{ €}$$

$$Cvu = 500 \text{ €}$$

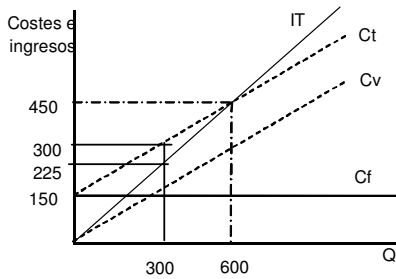
$$Pv = 750 \text{ €}$$

$$PM: B^{\circ}=0; I=G; Q \cdot Pv = Cf + Q \cdot Cvu$$

$$50Q = 150.000 + 500Q$$

$$Q = 150.000 / 250 = 600 \text{ unidades físicas}$$

$$\text{De otra forma, } Q = \frac{CF}{Pvu - Cvu} = \frac{150.000}{750 - 500} = 600$$



Si produce y vende 300 u.f., el beneficio será

$$B^{\circ} = I - Cf - Cv =$$

$$= 750 \cdot 300 - 150.000 - (500 \cdot 300) = -75.000 \text{ €}$$

2. Una sociedad tiene unos costes fijos de 100.000 €. Efectúa ventas de 8.500 unidades a un precio de 50 €/unidad y tiene unos costes variables de 30 €/unidad. Calcular:
- Define el punto muerto o umbral de rentabilidad
 - Calcular dicho punto muerto en esta sociedad
 - Calcula el beneficio con las ventas actuales (8.500 unidades)
 - Representa gráficamente el punto muerto

SOLUCIÓN:

A) EL PUNTO MUERTO O UMBRAL DE RENTABILIDAD:

Es el nivel de producción en el que se cumple que los ingresos totales igualan a los costes totales, es decir, que la empresa tiene beneficio cero. Suponiendo una función lineal de costes variables, para niveles de producción inferiores al mismo la empresa incurre en pérdidas, y para niveles de producción superiores al mismo la empresa obtiene beneficios.

B) CÁLCULO DEL PUNTO MUERTO

$$Cf = 100.000 \text{ €}$$

$$Cvu = 30 \text{ €}$$

$$Pv = 50 \text{ €}$$

$$Q = 8.500 \text{ unidades}$$

$$PM: B^o = 0; I = G; Q \cdot Pv = Cf + Q \cdot Cvu$$

$$50Q = 100.000 + 30Q$$

$$Q = 100.000 / 20 = 5.000 \text{ unidades físicas}$$

$$\text{De otra forma, } Q = \frac{CF}{Pvu - Cvu} = \frac{100.000}{50 - 30} = 5.000$$

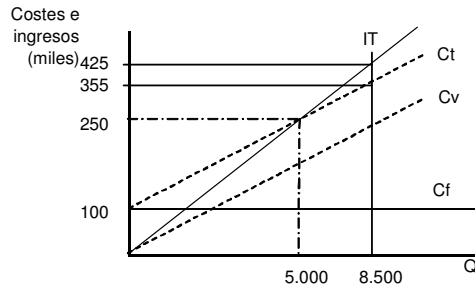
C) BENEFICIO ACTUAL

Si produce y vende 8.500 u.f., el beneficio será

$$B^o = I - Cf - Cv =$$

$$= 8.500 \cdot 50 - 100.000 - (8.500 \cdot 30) = 70.000 \text{ €}$$

D) REPRESENTACIÓN GRÁFICA



3. Para fabricar un producto una empresa tiene unos costes fijos de 20.000 € y unos costes variables de 100 € por unidad de producto. Sabiendo que vende cada unidad de producto a 300 €,
- Calcula el punto muerto o umbral de rentabilidad y explica su significado
 - ¿Qué resultado obtendría si produjera y vendiera 150 unidades?
 - Realizar la representación gráfica de todos los costes, y de los ingresos, de las situaciones a) y b).

SOLUCIÓN:

A) EL PUNTO MUERTO O UMBRAL DE RENTABILIDAD:

Es el nivel de producción en el que se cumple que los ingresos totales igualan a los costes totales, es decir, que la empresa tiene beneficio cero. Suponiendo una función lineal de costes variables, para niveles de producción inferiores al mismo la empresa incurre en pérdidas, y para niveles de producción superiores al mismo la empresa obtiene beneficios.

CÁLCULO DEL PUNTO MUERTO

$$Cf = 20.000 \text{ €}$$

$$Cvu = 100 \text{ €}$$

$$PM: B^o = 0; I = G; Q \cdot Pv = Cf + Q \cdot Cvu$$

$$300Q = 20.000 + 100Q$$

$$P_v = 300 \text{ €}$$

$$Q = 20.000/200 = 100 \text{ unidades físicas}$$

$$\text{De otra forma, } Q = \frac{CF}{P_{vu} - C_{vu}} = \frac{20.000}{300 - 100} = 100$$

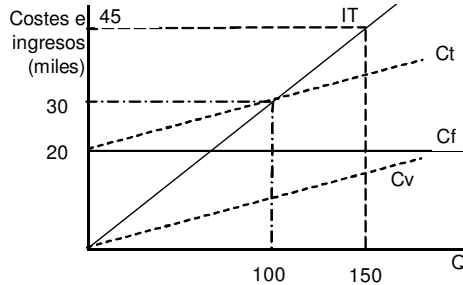
C) BENEFICIO ACTUAL

Si produce y vende 150 u.f., el beneficio será

$$B^o = I - C_f - C_v =$$

$$= 300 \cdot 150 - 20.000 - (150 \cdot 100) = 10.000 \text{ €}$$

D) REPRESENTACIÓN GRÁFICA



4. Para una determinada empresa los costes fijos y variables de fabricar un nuevo producto ascienden a 100.000 € y a 400 € por unidad, respectivamente. Ese nuevo producto podría comprarlo en el mercado a 600 € por unidad. ¿Qué le conviene a la empresa, comprarlo o fabricarlo? ¿Por qué? Representa la situación en un gráfico explicativo

SOLUCIÓN:

A) Debemos comparar el coste de producir o comprar ese nuevo producto. Ambos son función del número de unidades que, respectivamente, se produzcan o compren.

- Los costes derivados de comprar el producto serán una función lineal que partirá del origen y que tendrá por pendiente el precio de compra, es decir, $CT = 600 \times Q$
- Los costes derivados de producir serán, en función de los datos que se nos facilitan, una recta de pendiente 400 y ordenada en el origen 100.000, es decir, $CT = 100.000 + 400 \times Q$

Resolviendo el sistema de ecuaciones por igualación obtendremos una cantidad Q en la que el coste total de una de las formas es igual al coste total de la otra forma. En nuestro caso, $600Q = 100.000 + 400Q$; $200Q = 100.000$; $Q = 100.000/200 = 500$.

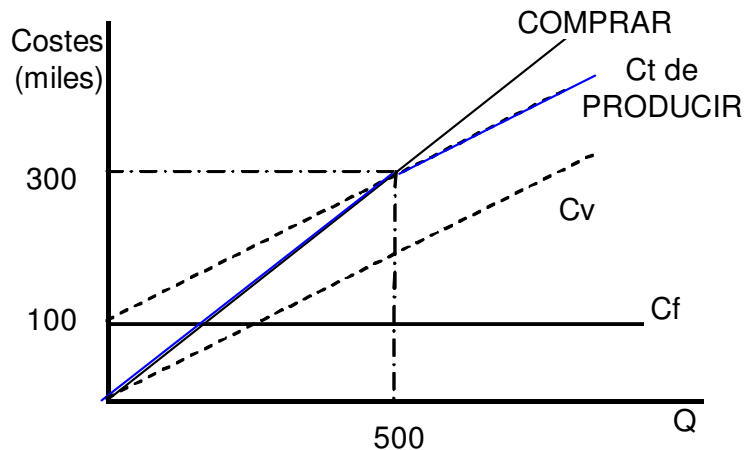
- Para niveles inferiores de cantidad, el coste de producir será superior al de comprar, toda vez que la función de producción tiene una ordenada en el origen (100.000) superior a la de la función de compra (0). Por tanto, se elegirá producir para niveles inferiores a 500 unidades
- Para niveles superiores de cantidad el coste de producir será inferior al de comprar, por lo que se elegirá producir para niveles superiores a 500 unidades.

De otra forma mucho más sencilla,

$$Q = \frac{CF}{P_{cu} - C_{vu}} = \frac{100.000}{600 - 400} = 500$$

Esto se ilustra mediante dos segmentos, coloreados en azul en el gráfico correspondiente

B) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA SITUACIÓN



- Una empresa quiere vender un nuevo producto para completar la gama que ofrece, y se encuentra con dos posibilidades: fabricarlos ella misma con unos costes fijos de 300.000 € y unos costes variables de 800 €/unidad, o comprarlos en el mercado a 2.000 €/unidad.
 - ¿Qué criterio adoptará la empresa y por qué?
 - Representa la situación gráficamente indicando los diferentes costes e ingresos

SOLUCIÓN:

A) Debemos comparar el coste de producir o comprar ese nuevo producto. Ambos son función del número de unidades que, respectivamente, se produzcan o compren.

- Los costes derivados de comprar el producto serán una función lineal que partirá del origen y que tendrá por pendiente el precio de compra, es decir, $CT=2.000xQ$
- Los costes derivados de producir serán, en función de los datos que se nos facilitan, una recta de pendiente 800 y ordenada en el origen 300.000, es decir, $CT=300.000+800xQ$

Resolviendo el sistema de ecuaciones por igualación obtendremos una cantidad Q en la que el coste total de una de las formas es igual al coste total de la otra forma. En nuestro caso, $2.000Q=300.000+800Q$; $1.200Q=300.000$; $Q=300.000/1.200=250$.

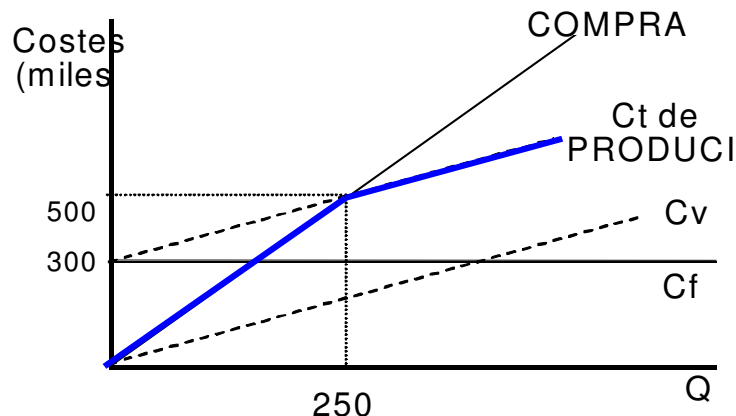
- Para niveles inferiores de cantidad, el coste de producir será superior al de comprar, toda vez que la función de producción tiene una ordenada en el origen (300.000) superior a la de la función de compra (0). Por tanto, se elegirá producir para niveles inferiores a 250 unidades
- Para niveles superiores de cantidad el coste de producir será inferior al de comprar, por lo que se elegirá producir para niveles superiores a 250 unidades.

De otra forma mucho más sencilla,

$$Q = \frac{CF}{Pcu - Cvu} = \frac{300.000}{2.000 - 800} = 250$$

Esto se ilustra mediante dos segmentos, coloreados en azul en el gráfico correspondiente

B) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA SITUACIÓN



- Una empresa quiere vender un nuevo producto para completar la gama que ofrece, y se encuentra con dos posibilidades, o fabricarlo ella misma con unos costes fijos de 80.000 euros y unos costes variables de 34 euros por unidad, o

comprarlo en el mercado a 50 euros por unidad. ¿Qué criterio adoptará la empresa y por qué?. Representa la situación gráficamente indicando los diferentes costes e ingresos.

SOLUCIÓN:

- **Debemos comparar el coste de producir o comprar ese nuevo producto. Ambos son función del número de unidades que, respectivamente, se produzcan o compren.**
- **Los costes derivados de comprar el producto serán una función lineal que partirá del origen y que tendrá por pendiente el precio de compra, es decir, $CT=50xQ$**
- **Los costes derivados de producir serán, en función de los datos que se nos facilitan, una recta de pendiente 34 y ordenada en el origen 80.000, es decir, $CT=80.000+34xQ$**

Resolviendo el sistema de ecuaciones por igualación obtendremos una cantidad Q en la que el coste total de una de las formas es igual al coste total de la otra forma. En nuestro caso, $50Q=80.000+34Q$; $16Q=80.000$; $Q=80.000/16=5.000$.

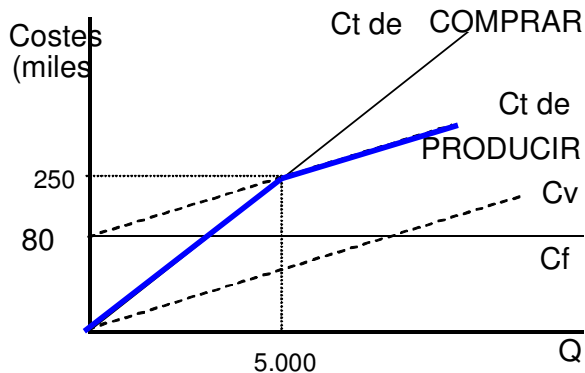
- **Para niveles inferiores de cantidad, el coste de producir será superior al de comprar, toda vez que la función de producción tiene una ordenada en el origen (80.000) superior a la de la función de compra (0). Por tanto, se elegirá producir para niveles inferiores a 5.000 unidades**
- **Para niveles superiores de cantidad el coste de producir será inferior al de comprar, por lo que se elegirá producir para niveles superiores a 5.000 unidades.**

De otra forma mucho más sencilla,

$$Q = \frac{CF}{P_{cu} - C_{vu}} = \frac{80.000}{50 - 34} = 5.000$$

Esto se ilustra mediante dos segmentos, coloreados en azul en el gráfico correspondiente

- **REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA SITUACIÓN**



7. Para fabricar un producto una empresa tiene unos costes fijos de 150.000 euros y unos costes variables de 10 euros por unidad. El precio de venta de una unidad de producto es de 25 euros. Calcular los resultados de la empresa: a) si fabrica y vende 6.000 unidades, b) si fabrica y vende 10.000 unidades y c) si fabrica y vende 12.000 unidades. Representar en un gráfico estas situaciones y comentarlas.

A) FABRICACIÓN Y VENTA DE 6.000 UNIDADES

$$\text{INGRESOS} = P_{vu} \times Q = 25 \times 6.000 = 150.000$$

$$\text{COSTES} = CF + C_{vu} \times Q = 150.000 + 10 \times 6.000 = 210.000$$

$$\text{RESULTADO} = 150.000 - 210.000 = -60.000 \text{ PÉRDIDAS}$$

B) FABRICACIÓN Y VENTA DE 10.000 UNIDADES

$$\text{INGRESOS} = P_{vu} \times Q = 25 \times 10.000 = 250.000$$

$$\text{COSTES} = CF + C_{vu} \times Q = 150.000 + 10 \times 10.000 = 250.000$$

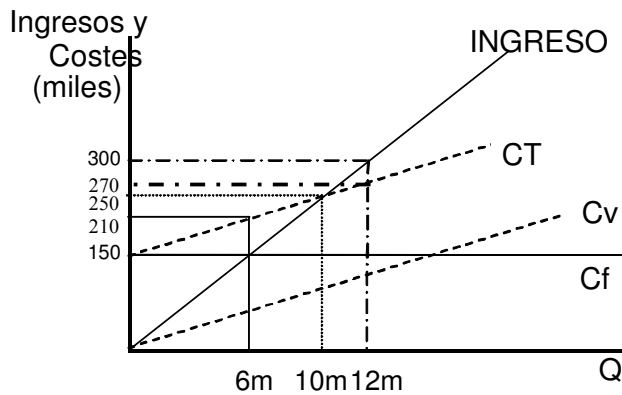
$$\text{RESULTADO} = 250.000 - 250.000 = 0 \text{ SE ENCUENTRA EN EL PTO MUERTO}$$

C) FABRICACIÓN Y VENTA DE 12.000 UNIDADES

$$\text{INGRESOS} = P_{vu} \times Q = 25 \times 12.000 = 300.000$$

$$\text{COSTES} = CF + C_{vu} \times Q = 150.000 + 10 \times 12.000 = 270.000$$

$$\text{RESULTADO} = 300.000 - 270.000 = 30.000 \text{ BENEFICIOS}$$



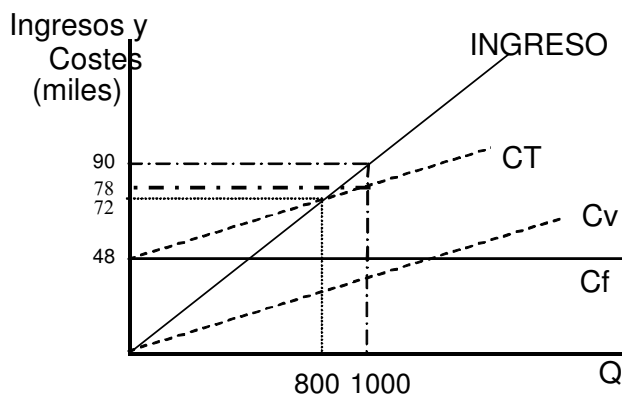
8. Calcular el precio al que vende un producto una empresa que lo fabrica con unos costes fijos de 48.000 €, unos costes variables de 30 € por unidad, y alcanza el umbral de rentabilidad con 800 unidades. Calcular el resultado que obtiene si fabrica y vende 1.000 unidades. Representar en un gráfico los costes e ingresos de esta empresa.

EN U.R., INGRESOS=GASTOS:

$$PV \times 800 = 48.000 + 30 \times 800; 800 \times PV = 72.000; PV = 90$$

SI SE FABRICAN Y VENDEN 1.000 UNIDADES

- **INGRESOS TOTALES = $90 \times 1.000 = 90.000$**
- **COSTES TOTALES = $48.000 + 30 \times 1000 = 78.000$**
- **RESULTADO = INGRESOS - COSTES = $90.000 - 78.000 = 12.000$**



9. Una empresa necesita cierto componente industrial para elaborar un nuevo producto. Este componente puede comprarlo a otra empresa a un precio de 60 € cada unidad, o fabricarlo en la propia empresa con unos costes fijos de 250.000 € y un coste variable de 10 € por unidad. ¿Para qué número de componentes es preferible comprarlo que fabricarlo?. Explica gráficamente la respuesta.



SOLUCIÓN:

- Debemos comparar el coste de producir o comprar ese nuevo producto. Ambos son función del número de unidades que, respectivamente, se produzcan o compren.
- Los costes derivados de comprar el producto serán una función lineal que partirá del origen y que tendrá por pendiente el precio de compra, es decir, $CT=60xQ$
- Los costes derivados de producir serán, en función de los datos que se nos facilitan, una recta de pendiente 34 y ordenada en el origen 80.000, es decir, $CT=250.000+10xQ$

Resolviendo el sistema de ecuaciones por igualación obtendremos una cantidad Q en la que el coste total de una de las formas es igual al coste total de la otra forma. En nuestro caso, $60Q=250.000+10Q$; $50Q=250.000$; $Q=250.000/50=5.000$.

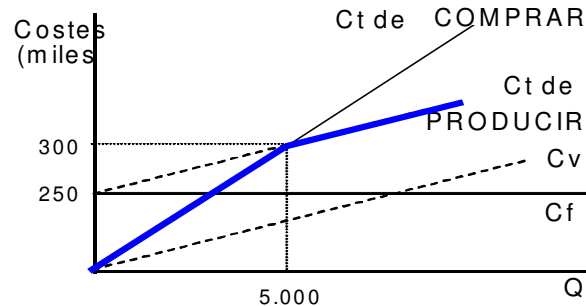
- Para niveles inferiores de cantidad, el coste de producir será superior al de comprar, toda vez que la función de producción tiene una ordenada en el origen (250.000) superior a la de la función de compra (0). Por tanto, se elegirá producir para niveles inferiores a 5.000 unidades
- Para niveles superiores de cantidad el coste de producir será inferior al de comprar, por lo que se elegirá producir para niveles superiores a 5.000 unidades.

De otra forma mucho más sencilla,

$$Q = \frac{CF}{Pcu - Cvu} = \frac{250.000}{60 - 10} = 5.000$$

Esto se ilustra mediante dos segmentos, coloreados en azul en el gráfico correspondiente

- REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA SITUACIÓN



10. Calcule el punto muerto de una empresa que fabrica un producto con unos costes fijos de 100.000 € y unos costes variables de 200 € / unidad. Vende dicho producto a 300 € / unidad. ¿Qué resultado obtendría si produjera y vendiera 1.500 unidades? Realice la representación gráfica y señale el punto muerto, la zona de beneficios y la zona de pérdidas.

A) FABRICACIÓN Y VENTA DE 1.500 UNIDADES

INGRESOS= $P_{vu} \times Q = 300 \times 1.500 = 450.000$

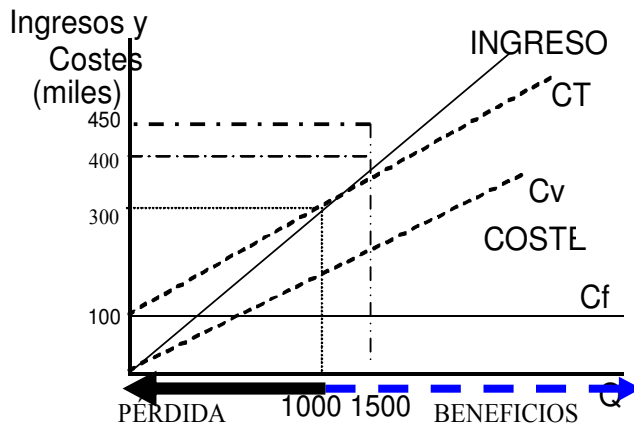
COSTES= $CF + C_{vu} \times Q = 100.000 + 200 \times 1.500 = 400.000$

RESULTADO= $450.000 - 400.000 = 50.000$ **BENEFICIOS**

B) El punto muerto se obtiene en:

$$Q = \frac{CF}{P_{vu} - C_{vu}} = \frac{100.000}{300 - 200} = 1.000$$

El gráfico correspondiente sería





11. Una empresa fabrica un producto con un coste variable unitario desconocido y unos costes fijos de 1.000 euros. Vende dicho producto a 4 €/unidad. Si vende 1.000 unidades, obtiene un beneficio de 1.000 euros. Calcule: a) el coste variable unitario, b) el punto muerto, c) los costes totales e ingresos de las dos situaciones –beneficios de 1.000 euros y punto muerto– y realice su representación gráfica.

A) FABRICACIÓN Y VENTA DE 1.000 UNIDADES

$$\text{INGRESOS} = P_{vu} \times Q = 4 \times 1.000 = 4.000$$

$$\text{COSTES} = CF + C_{vu} \times Q = 1.000 + C_{vu} \times 1.000$$

$$\text{RESULTADO} = 4.000 - 1.000 - C_{vu} \times 1.000 = 1.000;$$

$$2.000 = 1.000 \times C_{vu}; C_{vu} = 2\text{€}$$

B) PUNTO MUERTO

$$Q = \frac{CF}{P_{vu} - C_{vu}} = \frac{1.000}{4 - 2} = 500$$

C) INGRESOS TOTALES SI Q=1000

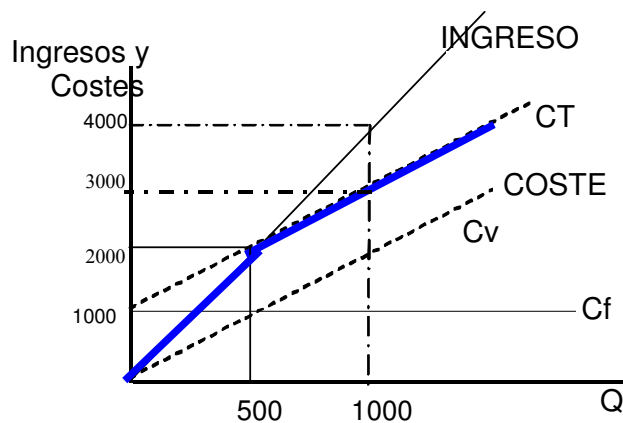
$$\text{INGRESOS} = P_{vu} \times Q = 4 \times 1.000 = 4.000$$

$$\text{COSTES} = CF + C_{vu} \times Q = 1.000 + 2 \times 1.000 = 3.000$$

D) EN EL PUNTO MUERTO

$$\text{INGRESOS} = P_{vu} \times Q = 4 \times 500 = 2.000$$

$$\text{COSTES} = CF + C_{vu} \times Q = 1.000 + 2 \times 500 = 2.000$$



12. Una empresa necesita cierto componente industrial para elaborar un nuevo producto. Este componente puede comprarlo en el mercado a un precio de 50 € cada unidad o fabricarlo en la propia empresa con unos costes fijos de 100.000 € y un coste variable de 25 € por unidad. ¿Para qué número de componentes es preferible comprarlo que fabricarlo? Explique gráficamente la respuesta.

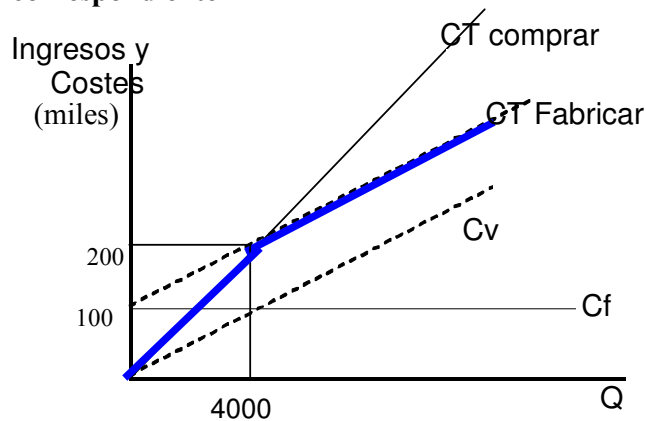


De acuerdo con la fórmula del punto muerto adaptada a la opción entre comprar o fabricar, el punto de indiferencia es:

$$Q = \frac{CF}{P_{cu} - C_{vu}} = \frac{100.000}{50 - 25} = 4.000$$

Luego por debajo de 4000 unidades la empresa comprará, y por encima fabricará

Esto se ilustra mediante dos segmentos, coloreados en azul en el gráfico correspondiente



13. Una empresa fabrica un producto con unos costes fijos de 200.000 euros y un coste variable de 20 euros por unidad, y si vende 15.000 unidades, obtiene un beneficio de 100.000 euros. Calcule el precio unitario de venta del producto, el punto muerto, los costes totales e ingresos de las dos situaciones –beneficios de 100.000 euros y punto muerto – y representelos en un gráfico explicativo.

A) FABRICACIÓN Y VENTA DE 15.000 UNIDADES

INGRESOS= $P_{vu} \times Q=15.000 \times P_{vu}$

COSTES= $CF+C_{vu} \times Q=200.000+20 \times 15.000=500.000$

RESULTADO= $15.000P_{vu}-500.000=100.000$

$15.000P_{vu}=600.000$; $P_{vu}=600.000/15.000=40$

INGRESOS= $40 \times 15.000=600.000$

B) PUNTO MUERTO

$$Q = \frac{CF}{P_{vu} - C_{vu}} = \frac{200.000}{40 - 20} = 10.000$$



C) INGRESOS TOTALES EN EL PUNTO MUERTO

$$\text{INGRESOS} = P_{vu} \times Q = 40 \times 10.000 = 400.000$$

$$\text{COSTES} = CF + C_{vu} \times Q = 200.000 + 20 \times 10.000 = 400.000$$

Los costes e ingresos en el caso de los beneficios iguales a 100.000 ya están resueltos en el apartado a)

